

<https://doi.org/10.5232/ricyde2019.05602>

## **Determinación de propiedades aerodinámicas de la jabalina mediante dinámica de fluidos computacional** **Determination of aerodynamic properties of javelin by means of computational fluid dynamics**

**Alfredo González-Martínez<sup>1</sup>, Arturo Martínez-Rodríguez<sup>2</sup>, Alexander Laffita-Leyva<sup>3</sup>**

1. Facultad Cultura Física. Universidad Agraria de la Habana. Cuba
2. Universidad Agraria de la Habana. Cuba
3. Centro de Mecanización Agropecuaria. Universidad Agraria de La Habana. Cuba

### **Resumen**

Durante el vuelo de la jabalina su interacción con el aire circundante presenta una importancia relevante, lo cual es caracterizado por los coeficientes de sustentación y arrastre y por la posición del centro de presiones. Habitualmente estos parámetros son determinados en túneles de viento con la envergadura requerida para albergar un implemento de estas dimensiones, siendo complicado evitar interferencias de los medios de sostén, así como lograr la medición experimental de los campos de presiones y velocidades en las proximidades de la jabalina. Para solventar estas dificultades, en el trabajo se aborda la simulación computarizada de la interacción jabalina-aire empleando herramientas de Dinámica de Fluidos Computacional (CFD). Modelos digitalizados tridimensionales de jabalinas con peso y dimensiones oficiales, fueron sometidos a corriente de aire, siguiendo un diseño experimental con cinco niveles de velocidad relativa entre el aire y la jabalina y ocho niveles de ángulo de ataque. Como resultado se obtuvieron las curvas de ajuste de los coeficientes de arrastre y sustentación vs. el ángulo de ataque para ambos tipos de jabalina. Asimismo fue determinada la posición del centro de presiones y la magnitud y dirección del momento de rotación en función de la velocidad relativa entre el aire y la jabalina para diferentes ángulos de ataque. Los resultados obtenidos son de relevante importancia durante la elaboración de modelos matemáticos de simulación del vuelo de la jabalina, que pueden ser empleados por entrenadores y atletas con vista al perfeccionamiento de los parámetros iniciales del lanzamiento y la obtención de mejores marcas.

**Palabras clave:** jabalina; modelación; arrastre; sustentación.

### **Abstract**

During the flight of the javelin its interaction with the surrounding air presents a relevant importance, which is characterized by the coefficients of lift and drag and by the position of the center of pressures. Usually these parameters are determined in wind tunnels with the required span to accommodate an implement of these dimensions, being difficult to avoid interferences of the support means, as well as achieving the experimental measurement of the fields of pressures and velocities in the vicinity of the javelin. To solve these difficulties, in the present work the computerized simulation of the javelin-air interaction using Computational Fluid Dynamics (CFD) tools is carried out. Three-dimensional models of javelins with official weight and dimensions, were subjected to an air stream, with five levels of relative speed between the air and the javelin and eight levels of attack angle. As a result, the adjustment curves of the drag and lift coefficients vs. the angle of attack for both types of javelin were obtained. Likewise, the position of the center of pressures and the magnitude and direction of the pitching moment as a function of the relative velocity between the air and the javelin (masculine modality) for different angles of attack were determined. The results obtained are of relevant importance for the development of mathematical models of simulation of the javelin flight, which can be used by coaches and athletes with a view to improving the release parameters in order to obtain better performance.

**Key words:** javelin; modeling; drag; lift.

Correspondencia/correspondence: Arturo Rodríguez-Martínez  
Universidad Agraria de la Habana. Cuba  
Email: [arturo@unah.edu.cu](mailto:arturo@unah.edu.cu)

## Introducción

Una de las disciplinas en las que se evidencia al nivel internacional una progresión en su nivel de competitividad, es el lanzamiento de la jabalina, donde científicos, entrenadores y atletas se afianzan en la búsqueda de elevar los rendimientos en los entrenamientos y competencias con el empleo de métodos y medios que cada vez se apoyan más en los avances de la ciencia y la tecnología (Mahmud, 2007; Grycmann; Maszczyk; Socha; Gołaś; Wilk; Zajac, y Przednowek, 2015).

El lanzamiento y vuelo de la jabalina es un proceso gobernado fundamentalmente por las leyes de la mecánica, por lo que ha sido preferencia de los científicos dedicados a esta temática, la elaboración de modelos matemáticos basados en estas leyes, que posibiliten desentrañar las interrelaciones entre las diferentes variables de entrada y salida de dicho proceso (Hatton, 2007; Maryniak; Kozdraś, y Golińska, 2009; Chiu, 2009).

Las características geométricas, inerciales y aerodinámicas de la jabalina juegan un papel esencial en el proceso de lanzamiento, vuelo y alcance del implemento, siendo fundamental su conocimiento como parámetros de entrada para los diferentes modelos teóricos elaborados por diferentes autores y presentando gran relevancia en diferentes estudios sobre el proceso de lanzamiento y vuelo de la jabalina realizados por investigadores de diferentes países (Bartlett y Best, 1988; Hubbard y Alaways, 1987; Whiting et al 1991; Bartlett et al, 1996; Hatton, 2007; Chiu, 2009; Maryniak, Kozdraś y Golińska, 2009; White, 2011; Jiang y Zhou, 2014).

Según Menzel (1986) y Hatton y Parker (2005), las fuerzas aerodinámicas que operan sobre la jabalina son la de arrastre y la de sustentación. La primera actúa contra la dirección del vuelo, mientras que la segunda actúa verticalmente. La relación entre la suspensión y el arrastre es dependiente del ángulo del flujo de aire que a su vez depende del ángulo de posición de la jabalina, la dirección del vuelo y la dirección del viento.

Hatton (2007) afirma que los puntos importantes en la jabalina son el centro de gravedad, donde actúa el peso del implemento y el centro de presiones, sobre el que actúan las fuerzas aerodinámicas de arrastre (*drag force*) y de sustentación (*lift force*).

Estas fuerzas aerodinámicas dependen de la velocidad relativa entre la jabalina y el aire, pero también dependen de características geométricas de la jabalina, tales como su superficie y los coeficientes aerodinámicos de arrastre y sustentación, dependiendo además de la densidad del aire.

Hatton y Parker, 2005 señalan que la fuerza de resistencia del aire (fuerza de arrastre) siempre actúa sobre la jabalina, “empujándola” hacia atrás, pero solo existirá fuerza de suspensión si la jabalina vuela con un ángulo con relación al flujo de aire que la rodea, denominado ángulo de ataque. Asimismo, señalan que la suspensión conlleva a mayor arrastre, pero una puede compensar a la otra, siendo la relación dinámica entre ellas muy complicada.

Según Maryniak y col. (2009) el impacto de la resistencia aerodinámica depende de la velocidad del movimiento de la jabalina y de su posición durante el vuelo. También plantean que, gracias a su forma, la jabalina posee propiedades aerodinámicas específicas y que una posición apropiada de la jabalina durante su vuelo puede ser útil para extender la distancia del vuelo.

Maheras (2013) plantea que la comprensión de la interacción de la jabalina con el aire, esto es, su aerodinámica, es de utilidad tanto para el entrenador, como para el atleta, con vistas al perfeccionamiento del lanzamiento del implemento. Según este autor, algunas de las variables que afectan la aerodinámica del implemento son: el ángulo de ataque; la

localización del centro de presiones con relación al centro de masa; la distribución de la masa a lo largo de la jabalina; la forma del cono de la nariz; la superficie de la jabalina y sus propiedades oscilatorias.

La fuerza de arrastre del aire varía considerablemente a lo largo del vuelo de la jabalina, ya que, al contrario de las pelotas esféricas, su orientación relativa con relación a la dirección de su trayectoria cambia a lo largo del vuelo.

Mc. Lester y St. Pierre (2008) señalan que un cambio en pocos grados del ángulo de lanzamiento o del ángulo de ataque altera dramáticamente la distancia del vuelo de la jabalina. Señalan que, si el ángulo de ataque es menor que el óptimo, no se alcanzará una máxima fuerza de sustentación, mientras que, si este ángulo es mayor que lo deseado, se producirá una fuerza de arrastre excesiva, disminuyendo al mismo tiempo la sustentación.

Chiu (2009) elabora un modelo y un método computarizado para establecer condiciones óptimas del lanzamiento de la jabalina y compara los resultados de la aplicación del modelo con datos experimentales obtenidos por Mero y col. (1994) y Best y col. (1995), obteniendo un error relativo medio entre 4,2% (con jabalina Apollo Olympic New Rules) y 6,8% (con jabalina Held New Rules) entre los alcances del implemento calculados y medidos. El modelo numérico aplicado considera las condiciones del viento prevaleciente, así como las fuerzas de arrastre y sustentación que actúan sobre la jabalina y la posición del centro de presiones con relación al centro de gravedad del implemento. Las fuerzas de arrastre y sustentación las determina a partir de expresiones formuladas con anterioridad, aunque no se explica la procedencia de los valores de estos coeficientes.

Jiang y Zhou (2014) proponen un modelo matemático que describe el vuelo de la jabalina, obteniendo los datos referentes a las fuerzas de arrastre, sustentación y el momento angular o de rotación (*pitching moment*) a partir de ensayos en un túnel de viento. En su propuesta exponen como resultados los cálculos de optimización realizados mediante una computadora, arrojando como resultado que cuando la velocidad inicial del lanzamiento se encuentra en el rango de los 25m/s – 30 m/s, el mejor ángulo de lanzamiento es 40° con un ángulo de ataque de 11°. Al mismo tiempo los autores definen que un ángulo de ataque diferente de cero resultó ser una condición necesaria y suficiente para obtener eficiencia aerodinámica en el vuelo de la jabalina. Una limitante en este estudio radica en que las conclusiones relativas al mejor ángulo de lanzamiento deben ser complementados con estudios biomecánicos, ya que puede darse el caso que un atleta no pueda imprimir el mismo nivel de velocidad de salida al implemento con ángulos de salida muy elevados.

Como ha podido apreciarse, durante el vuelo de la jabalina su interacción con el aire circundante presenta una importancia relevante, lo cual es caracterizado por los coeficientes de sustentación y arrastre y por la posición del centro de presiones. Habitualmente estos parámetros son determinados en túneles de viento, no siendo frecuente este tipo de instalación con la envergadura requerida para albergar un implemento de estas dimensiones, siendo complicado, además, evitar interferencias de los medios de sostén con la corriente de aire, así como lograr la medición experimental de los campos de presiones y velocidades en las proximidades de la jabalina. Para solventar estas dificultades, en el presente trabajo se aborda la simulación computarizada de la interacción jabalina-aire empleando herramientas de Dinámica de Fluidos Computacional, con el objetivo de determinar los coeficientes de arrastre y sustentación de la jabalina para diferentes posiciones de ésta (ángulo de ataque) en su movimiento relativo con el aire circundante. El método aplicado en este estudio posibilita determinar además otros parámetros relacionados, tales como la posición del centro de presiones con relación al centro de gravedad del implemento, así como las fuerzas de arrastre y sustentación y el momento de rotación que actúan sobre la jabalina para diferentes ángulos

de ataque y velocidades relativas entre la jabalina y el aire circundante. Se parte de la hipótesis de que la aplicación de técnicas de Dinámica de Fluidos Computacional, basadas en el Análisis por Elementos Finitos, constituye una poderosa herramienta de trabajo para el logro de los objetivos planteados. El conocimiento de las propiedades aerodinámicas de la jabalina constituye un dato de relevante importancia durante la elaboración de los modelos matemáticos de simulación del vuelo de la jabalina, que pueden ser empleados por entrenadores y atletas con vista al perfeccionamiento de los parámetros iniciales del lanzamiento y la obtención de mejores marcas.

## Método

Las propiedades aerodinámicas objeto de determinación fueron las fuerzas de arrastre ( $R_a$ ) y de sustentación ( $R_s$ ), el momento de rotación con relación al eje perpendicular al plano de vuelo o “*pitching moment*” ( $T_z$ ) y la distancia ( $a_{cp}$ ) entre el centro de presiones (punto de aplicación de la resultante de las fuerzas aerodinámicas) y el centro de gravedad de la jabalina, así como los coeficientes de arrastre ( $C_a$ ) y de sustentación ( $C_s$ ), que fueron determinados, tanto para jabalinas de la modalidad masculina, como femenina. Como variables de entrada fueron tomados el ángulo de ataque ( $\alpha$ ) y la magnitud de la velocidad relativa ( $V_r$ ) entre el aire y la jabalina.

Para la determinación, se emplearon herramientas de simulación de Dinámica de Fluidos Computarizada, basadas en el Análisis por Elementos Finitos. La simulación se realizó con la ayuda del módulo de Dinámica de Fluidos Computacional del programa SolidWorks 2014. Empleando estas herramientas se sometieron los modelos digitalizados en 3D de la jabalina a la acción de corrientes de aire con diferente velocidad y ángulo de ataque, siguiendo un diseño experimental previamente elaborado. Como variables de entrada fueron tomados cinco niveles de la velocidad relativa ( $V_r$ ) de la corriente de aire con relación la jabalina (5 m/s; 15 m/s; 20 m/s; 25 m/s y 30 m/s) y ocho niveles del ángulo de ataque  $\alpha$  ( $0^\circ$ ;  $5^\circ$ ;  $15^\circ$ ;  $35^\circ$ ;  $45^\circ$ ;  $60^\circ$ ;  $75^\circ$  y  $90^\circ$ ), totalizando 40 tratamientos por cada tipo de jabalina, que se corresponden con el mismo número de corridas del programa computacional. Los niveles más altos de velocidad se encuentran en el entorno de las velocidades máximas del lanzamiento de la jabalina en competencias de alto rendimiento (tanto femenino como masculino), teniéndose en cuenta asimismo valores bajos correspondientes a categorías menores, así como a los efectos de obtención de curvas de tendencia. En el caso de los ángulos de ataque se toman rangos de valores coincidentes con los empleados por Chiu (2009) y Maryniak y col. (2009) a los efectos de efectuar las comparaciones correspondientes. También se efectúan corridas con ángulos de ataque negativos para analizar su influencia sobre la cinemática del vuelo de la jabalina.

Con vistas a facilitar el proceso de simulación se consideró la jabalina en posición estática con el ángulo de ataque deseado y se aplicó sobre ella la corriente de aire, teniendo en cuenta que la velocidad relativa entre el aire y la jabalina es lo que prima en la interacción. Este es el mismo principio que se aplica en los experimentos que se realizan en túneles de viento durante la determinación de propiedades aerodinámicas (Bitog y col., 2011), aunque en este caso el experimento se efectúa en forma virtual, o sea, mediante la simulación computarizada. Las dimensiones del dominio computacional fueron definidas en función del ángulo de ataque para todos los tratamientos, de manera de lograr una distancia adecuada entre las fronteras del dominio y la superficie de la jabalina, así como evitar un dominio excesivo que pueda ocasionar un tiempo de cómputo innecesariamente prolongado. Una muestra del dominio computacional empleado para el caso de un ángulo de ataque de  $20^\circ$  se brinda en la Fig. 1.

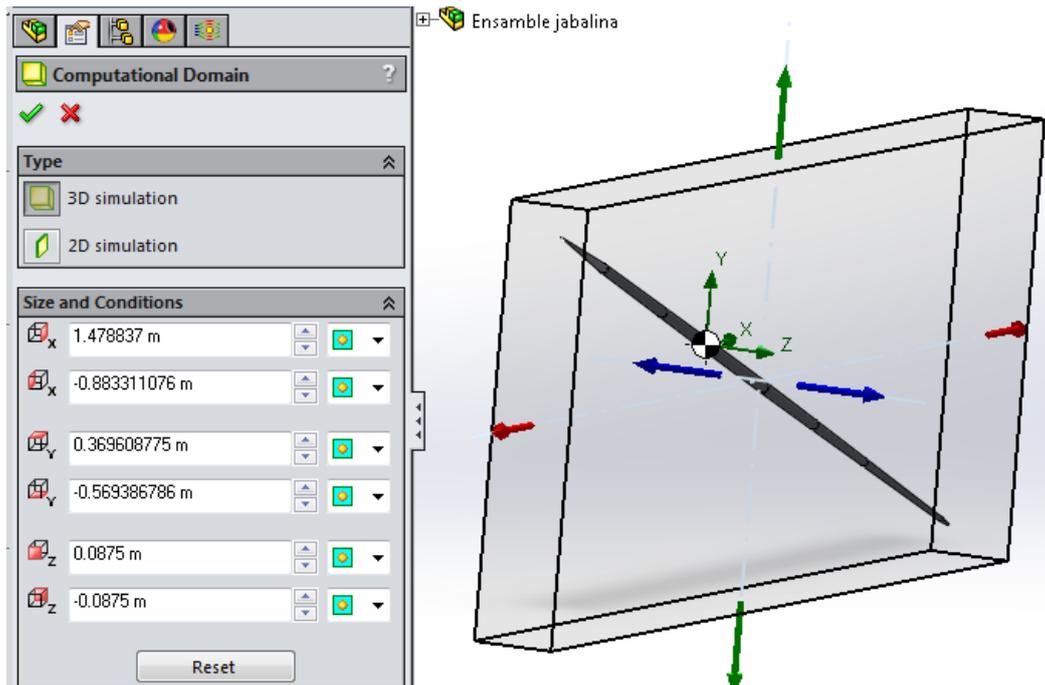


Fig.1 Dominio computacional empleado durante la simulación con herramientas de Dinámica de Fluidos Computacional de la interacción aire-jabalina para un ángulo de ataque de 20°.

En la Fig. 2, como parte del estudio de Dinámica de Fluidos Computacional, se muestra las características del mallado de elementos finitos aplicado, tanto en las proximidades de la jabalina, como en el resto del dominio computacional que simula el aire que interactúa con el implemento. En el caso de la malla básica del campo computacional con una posición de la jabalina correspondiente a 45°, el número de celdas de elementos finitos se fijó dividiendo en partes los ejes: X (100 partes); Y (50 partes) y Z (10 partes). El número de divisiones en los ejes X e Y fue ajustado para ángulos diferentes de 45°. Adicionalmente se efectuó un refinamiento de la malla en la interfase fluido-sólido, coincidente con la superficie de la jabalina, con un criterio de tolerancia de 0,5 mm.

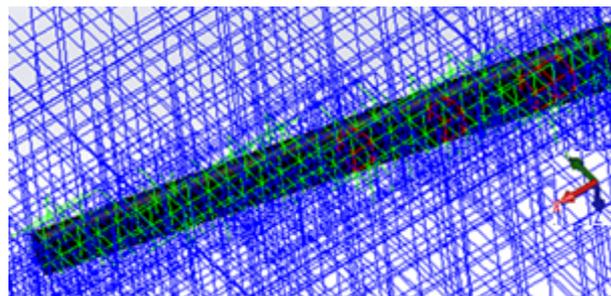


Fig.2 Detalle del mallado de elementos finitos del modelo tridimensional del sistema jabalina-aire circundante.

La corrida del programa brinda como datos de salida el momento rotacional (*pitching moment*)  $T_z$  (N.m) y la fuerza aerodinámica total  $F$  (N), así como sus componentes  $F_x$  (Fuerza de arrastre,  $R_a$ ) y  $F_y$  (Fuerza de sustentación,  $R_s$ ), los cuales se aplican sobre el centro de presiones  $c. p.$  que se encuentra desplazado la distancia  $a_{cp}$  del centro de gravedad (c.g.) de la jabalina.

A partir de estos datos, los coeficientes de arrastre ( $C_a$ ) y sustentación ( $C_s$ ) se determinan mediante las expresiones conocidas (Golf, 2013):

$$C_a = 2 \cdot \frac{R_a}{\gamma(Vr)^2 \cdot S_s \cdot \text{sen} \alpha} \dots\dots\dots 1$$

$$C_s = 2 \cdot \frac{R_s}{\gamma(Vr)^2 \cdot S_s \cdot \text{cos} \alpha} \dots\dots\dots 2$$

donde:  $\gamma$ - densidad del aire;

$S_s$ - área de la sección longitudinal de la jabalina.

La posición del centro de presiones ( $a_{cp}$ , Fig. 3) se determina aplicando momentos de las fuerzas  $R_a$  y  $R_s$ , componentes de la fuerza aerodinámica total ( $F$ ), con respecto al centro de gravedad de la jabalina y despejando los brazos ( $x_a, y_a$ ) de dichas fuerzas.

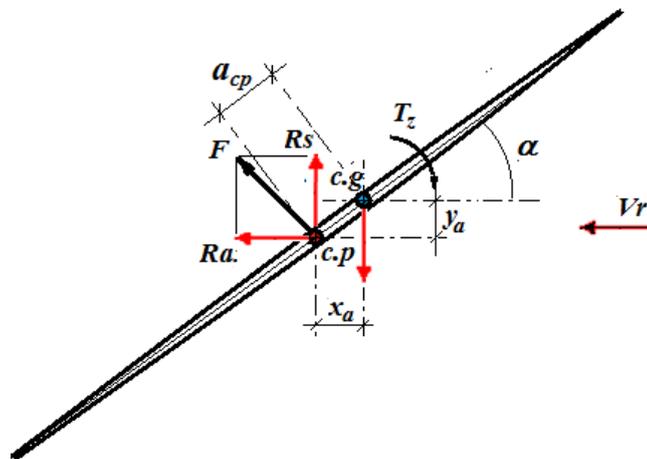


Fig. 3. Esquema de fuerzas y momentos para la determinación del corrimiento  $a_{cp}$  del centro de presiones.

En función de  $x_a$  y  $y_a$  la posición del centro de presiones (Fig.2) se determina como:

$$a_{cp} = \sqrt{x_a^2 + y_a^2} \dots\dots\dots 3$$

Para determinar  $x_a$  y  $y_a$  se plantea la sumatoria de momentos con respecto al centro de gravedad de la jabalina:

$$T_z = R_a \cdot y_a + R_s \cdot x_a \dots\dots\dots 4$$

Por otro lado,  $x_a$  y  $y_a$  están relacionados con el ángulo de ataque  $\alpha$  a través de la expresión:

$$\tan \alpha = \frac{y_a}{x_a} \dots\dots\dots 5$$

La solución del sistema de ecuaciones 3, 4 y 5, posibilita determinar las incógnitas  $x_a, y_a$  y  $a_{cp}$ .

Los datos obtenidos de la corrida de los diferentes tratamientos fueron procesados en hojas de cálculo Excel, construyéndose gráficos de la variación de las fuerzas de arrastre y de sustentación para diferentes velocidades relativas de la jabalina respecto al aire, así como para diferentes ángulos de ataque de la jabalina. Mediante este software son determinadas las curvas de ajuste de las fuerzas y coeficientes aerodinámicos en función del ángulo de ataque. y de la posición del centro de presiones y la magnitud y dirección del momento de rotación en función de la velocidad relativa entre el aire y la jabalina (modalidad masculino) para diferentes ángulos de ataque.

## Resultados y Discusión

Como resultado de la corrida de los modelos de simulación de la interacción jabalina-aire empleando las herramientas de Dinámica de Fluidos Computacional se obtuvieron las distribuciones de velocidades y presiones en las proximidades de la jabalina y en todo el campo computacional modelado. Con estos datos, el propio programa calcula las fuerzas en las direcciones de los ejes de referencia, a partir de las cuales son calculados los coeficientes  $C_a$  y  $C_s$ , así como el resto de los parámetros objeto de determinación de acuerdo a los métodos expuestos anteriormente.

La Fig. 4 muestra la distribución de presiones alrededor del cuerpo de la jabalina en su interacción con la corriente de aire, para uno de los tratamientos aplicados.

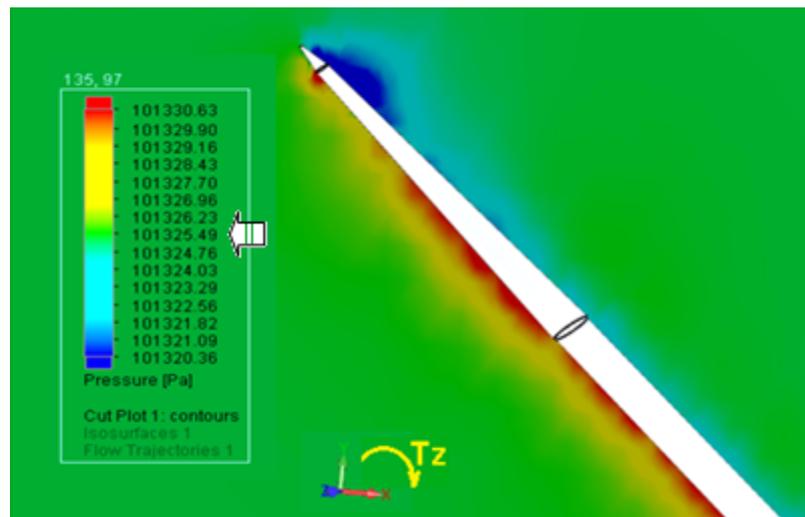


Figura 4. Distribución de presiones en la proximidad de la jabalina para una velocidad relativa con respecto al aire de  $V=5$  m/s y un ángulo de ataque  $\alpha= 45^\circ$ .

Como puede observarse, la zona de color verde (alejada relativamente del campo de interacción de la jabalina con el aire) está sometida a la presión atmosférica (101 325 Pa) que se señala con una flecha de color blanco en la Fig. 4. Asimismo, puede apreciarse claramente, teniendo en cuenta que la jabalina se desplaza con respecto al aire en dirección contraria al eje  $x$ , o sea, de derecha a izquierda, que en las zonas de coloración entre el rojo y el amarillo, la presión es superior a la atmosférica, coincidiendo con la cara de la jabalina que enfrenta la corriente de aire relativa. Por otro lado, en la cara opuesta de la jabalina, la coloración de la distribución de presiones es predominantemente azul, lo que se corresponde con una presión por debajo de la atmosférica. Es obvio que la zona de presiones de color rojo es la principal causante de la fuerza de resistencia del aire (fuerza de arrastre) y que la diferencia de presiones entre la cara de mayor presión y la de menor presión originan las resultantes de las fuerzas de arrastre (dirigida en la dirección del eje horizontal  $x$ ) y de sustentación (dirigida en

la dirección del eje vertical  $y$ ). Como es conocido de la teoría de la aerodinámica, la fuerza de arrastre se opone al avance del cuerpo, mientras que la fuerza de sustentación puede favorecer el avance de la jabalina, al ocasionar un efecto de “flotación”.

Los datos obtenidos de la corrida de los diferentes tratamientos fueron procesados en hojas de cálculo Excel, construyéndose gráficos de la variación de las fuerzas de arrastre y de sustentación para diferentes velocidades relativas de la jabalina respecto al aire, así como para diferentes ángulos de ataque de la jabalina.

La Fig. 5 muestra una superposición de los gráficos de  $Ra$  vs.  $\alpha$  y  $Rs$  vs.  $\alpha$  para diferentes valores de la velocidad relativa  $Vr$  para el caso de la jabalina de la modalidad masculina.

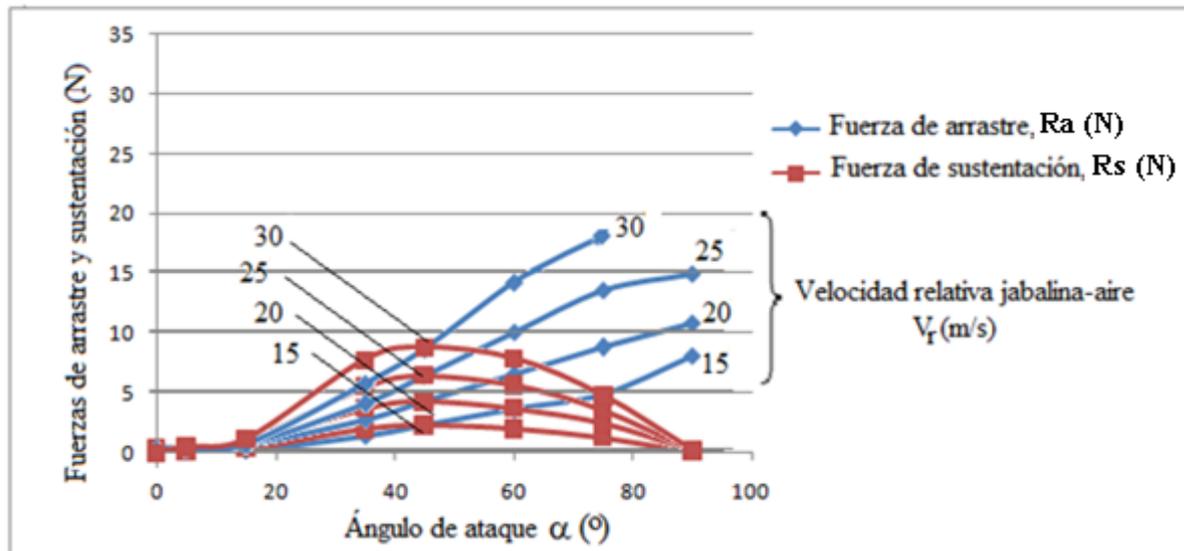


Fig. 5 Fuerzas de arrastre y sustentación en función de la velocidad relativa de la jabalina respecto al aire y del ángulo de ataque (jabalina modalidad masculina).

De la Fig. 5 se aprecia que la fuerza de arrastre ( $Ra$ ) se incrementa tanto con el aumento de la velocidad relativa, como con el ángulo de ataque, siendo máxima para un ángulo de ataque de  $90^\circ$  y mínima para  $0^\circ$ . En cuanto a la fuerza de sustentación ( $Rs$ ) también se incrementa con el aumento de la velocidad relativa, sin embargo, aumenta con el incremento del ángulo de ataque hasta  $45^\circ$ , alcanzando su valor máximo y disminuyendo a partir de este valor. La fuerza de sustentación es nula para los ángulos extremos ( $0^\circ$  y  $90^\circ$ ). Un comportamiento similar de las fuerzas de arrastre y sustentación fue determinado por Chiu (2009) (Fig. 6) sobre la base de la aplicación de las leyes de la dinámica al cuerpo libre de la jabalina y tomando coeficientes de sustentación y arrastre obtenidos con anterioridad.

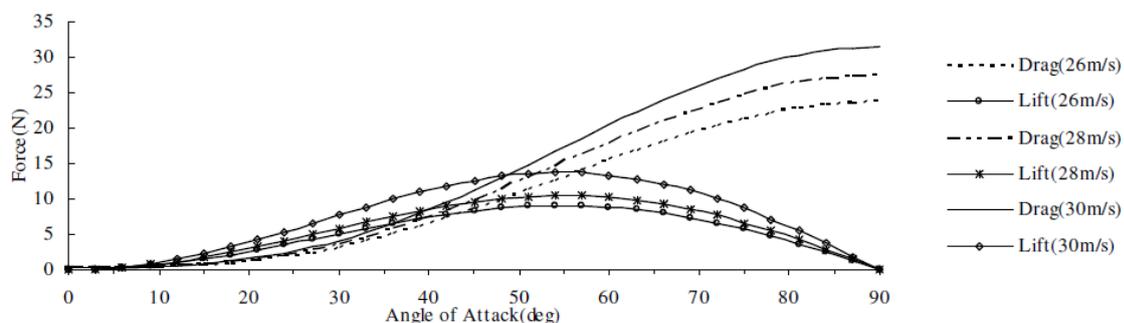


Fig. 6 Fuerzas de arrastre y sustentación en la jabalina masculina, obtenidos por Chiu, 2009.

No obstante, la aproximación de los resultados obtenidos por diferentes vías, se aprecia en los valores obtenidos por Chiu (2009), un corrimiento hacia la derecha de los valores máximos de la fuerza de sustentación (entre  $50^\circ - 55^\circ$ ) con relación a los obtenidos en el presente trabajo (sobre los  $45^\circ$ ). Asimismo, se aprecia la obtención por Chiu (2009) de valores de las fuerzas de arrastre y sustentación ligeramente superiores a los obtenidos aplicando las herramientas de Dinámica de Fluidos Computacional, lo que pudiera deberse a diferencias en los valores obtenidos para los coeficientes de arrastre y sustentación, los cuales no se brindan en el artículo de Chiu.

Las fuerzas de arrastre y sustentación fueron determinadas asimismo para la jabalina modalidad femenina, aplicando las herramientas de dinámica de fluidos computacional. En la Fig. 7 se muestra una comparación entre las fuerzas de arrastre y sustentación obtenidas para la jabalina de la modalidad femenina y para la jabalina del sexo masculino, ambas para una velocidad relativa entre el aire y la jabalina  $Vr = 25$  m/s. También se reflejan en la figura las curvas de ajuste, resultando polinomios de cuarto orden con un alto coeficiente de determinación en todos los casos ( $R^2 \approx 0,99$ ).

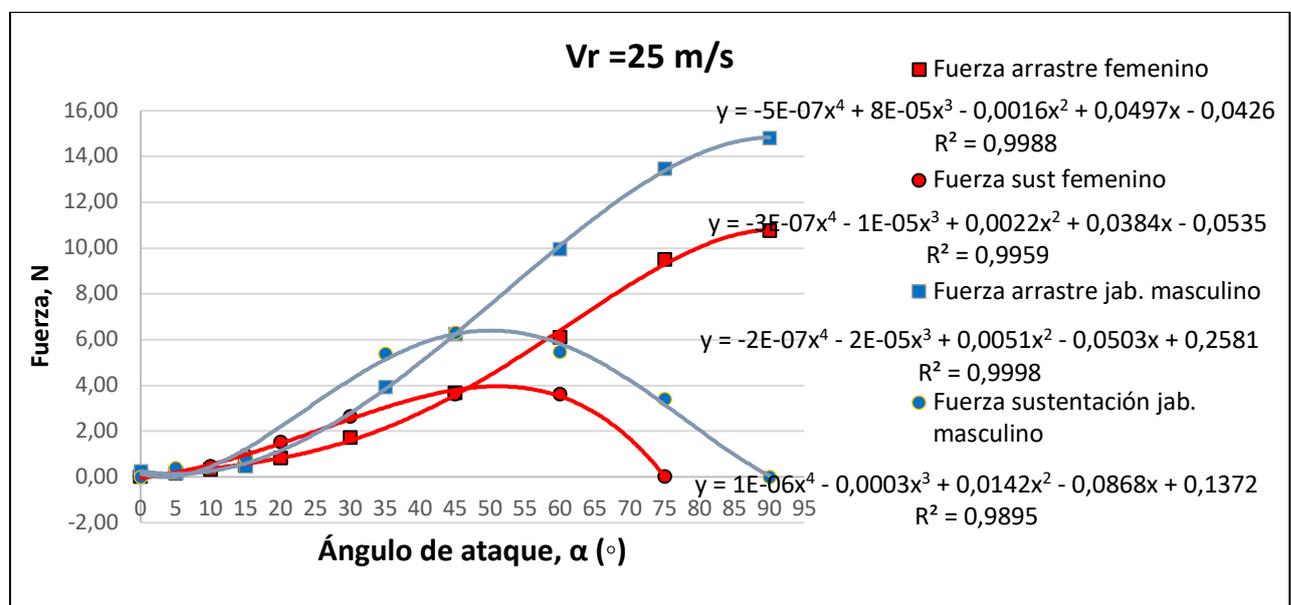


Fig. 7. Fuerzas de arrastre ( $R_a$ ) y sustentación ( $R_s$ ) para las jabalinas de modalidad masculina y femenina, respectivamente, en función del ángulo de ataque para una velocidad relativa del aire y la jabalina de 25 m/s.

De la Fig. 7 se aprecia que la variación en función del ángulo de ataque de las fuerzas de arrastre y sustentación en la jabalina del sexo femenino presentan la misma tendencia que en el caso de la jabalina de modalidad masculina, aunque, como era de esperar, sus valores resultaron inferiores, alcanzando aproximadamente  $2/3$  del valor de las fuerzas obtenidas en la jabalina de modalidad masculina. Puede apreciarse asimismo que, para ángulos de ataque inferiores a  $20^\circ$  las fuerzas de arrastre y sustentación no sobrepasan los 2,5 N para ambos tipos de jabalina, alcanzándose los valores máximos de las fuerzas de sustentación ( $\approx 6$ N para la jabalina masculino y  $\approx 4$ N para la jabalina femenino) en el entorno de los  $45^\circ$  del ángulo de ataque, igualándose para este ángulo los valores modulares de las fuerzas de arrastre y sustentación.

La Fig. 8 muestra la variación de las fuerzas de arrastre y sustentación en función del ángulo de ataque, comprendiendo los valores negativos de éste. Aunque no es normal, durante el lanzamiento correcto de la jabalina, la presencia de ángulos de ataque negativos, es de interés

apreciar que un ángulo de ataque negativo es contraproducente desde el punto de vista de la sustentación, al producirse una fuerza de sustentación negativa, o sea, dirigida de arriba abajo, lo cual acortaría la trayectoria de vuelo de la jabalina. En el caso de la fuerza de arrastre, de la Fig. 8 se aprecia que siempre va dirigida contraria al movimiento de la jabalina, tanto para ángulos de ataque positivos, como negativos.

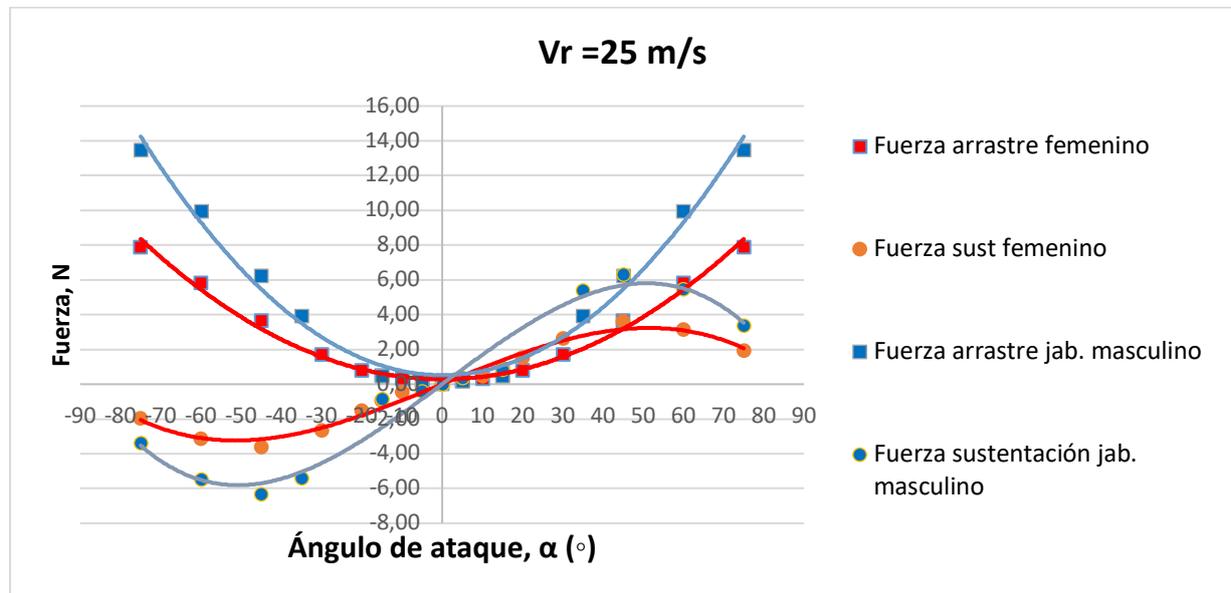


Fig. 8. Fuerzas de arrastre ( $R_a$ ) y sustentación ( $R_s$ ) para las jabalinas de modalidad masculina y femenina, en función del ángulo de ataque (positivos y negativos) para una velocidad relativa del aire y la jabalina de 25 m/s.

Los valores de los coeficientes de arrastre ( $C_a$ ) y sustentación ( $C_s$ ), obtenidos, para diferentes velocidades relativas y ángulos de ataque, se muestran en la Fig. 9.

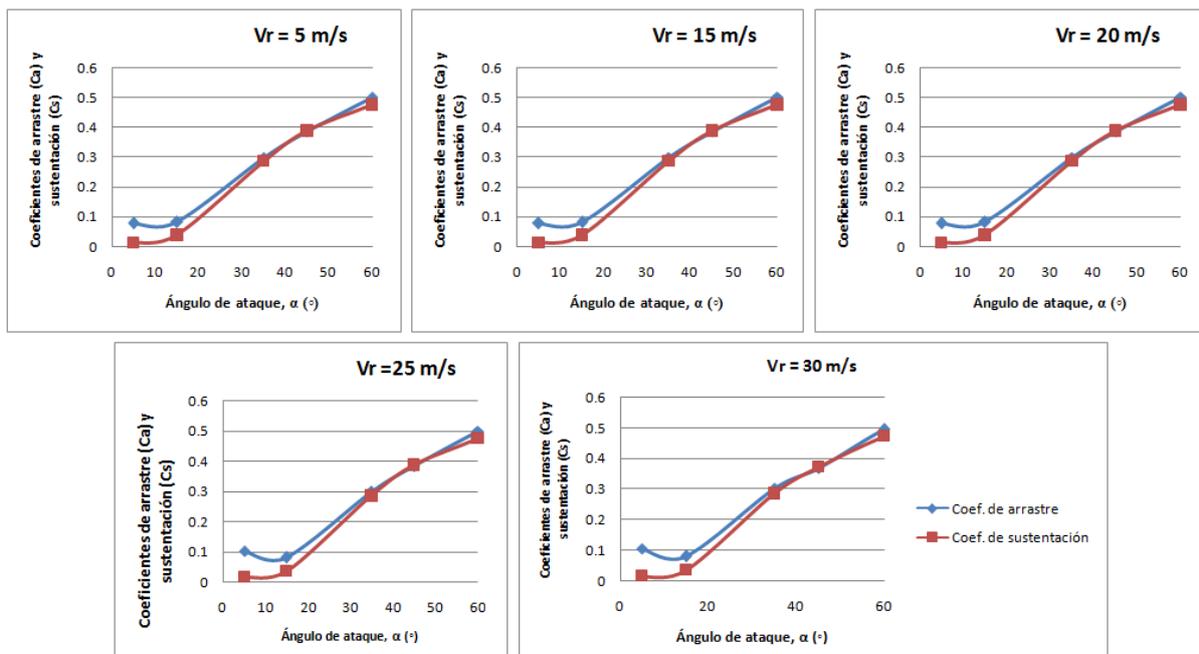


Fig. 9. Coeficientes de arrastre y sustentación de la jabalina (masculina), obtenidos bajo diferentes valores de velocidad relativa y ángulo de ataque.

Del análisis de las curvas obtenidas, se evidencia el hecho de que los coeficientes de arrastre y sustentación no dependen de la velocidad relativa  $V_r$  entre el aire y la jabalina, aunque sí del ángulo de ataque  $\alpha$ . Al igual que las fuerzas, los coeficientes de arrastre y sustentación toman los mismos valores para un ángulo de ataque de  $45^\circ$ .

Maryniak y col. (2009), calculó los coeficientes de arrastre y sustentación de la jabalina (Fig. 10), presentando valores y tendencia similares a los determinados mediante Dinámica de Fluidos Computacional en el presente trabajo.

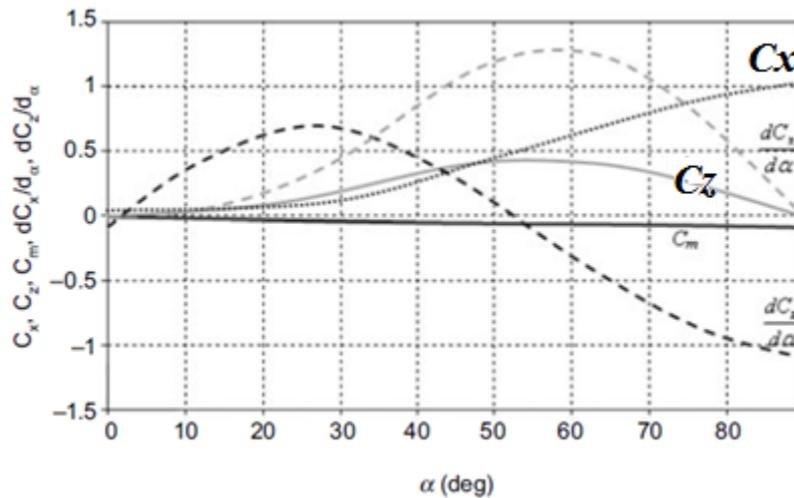


Figura 10. Coeficientes de arrastre ( $C_x$ ) y sustentación ( $C_z$ ) determinados por Maryniak y col. (2009).

Las curvas obtenidas para los coeficientes  $C_a$  y  $C_s$ , fueron ajustadas con vistas a la obtención de las ecuaciones de  $C_a = f(\alpha)$  y  $C_s = f(\alpha)$ . Las curvas de ajuste a polinomios de tercer grado, se muestran en la Fig. 11, quedando expresados los coeficientes de arrastre y sustentación en función del ángulo de ataque y el tipo de jabalina mediante las expresiones:

$$C_{am_\alpha} := -2 \cdot 10^{-6} \cdot \alpha^3 + 0.000242 \cdot \alpha^2 + 0.077 \quad (R^2 = 0.991) \quad \dots\dots\dots 6$$

$$C_{sm_\alpha} := -2 \cdot 10^{-6} \cdot (\alpha + 5)^3 + 0.000235 \cdot (\alpha + 5)^2 + 0.001 \cdot (\alpha + 5) \quad (R^2 = 0.991) \quad \dots\dots\dots 7$$

$$C_{af_\alpha} := -1.4 \cdot 10^{-6} \cdot \alpha^3 + 0.00018 \cdot \alpha^2 + 0.075 \quad (R^2 = 0.996) \quad \dots\dots\dots 8$$

$$C_{sf_\alpha} := -1 \cdot 10^{-6} \cdot (\alpha + 5)^3 + 0.00012 \cdot (\alpha + 5)^2 + 0.0025 \cdot (\alpha + 5) \quad (R^2 = 0.996) \quad \dots\dots\dots 9$$

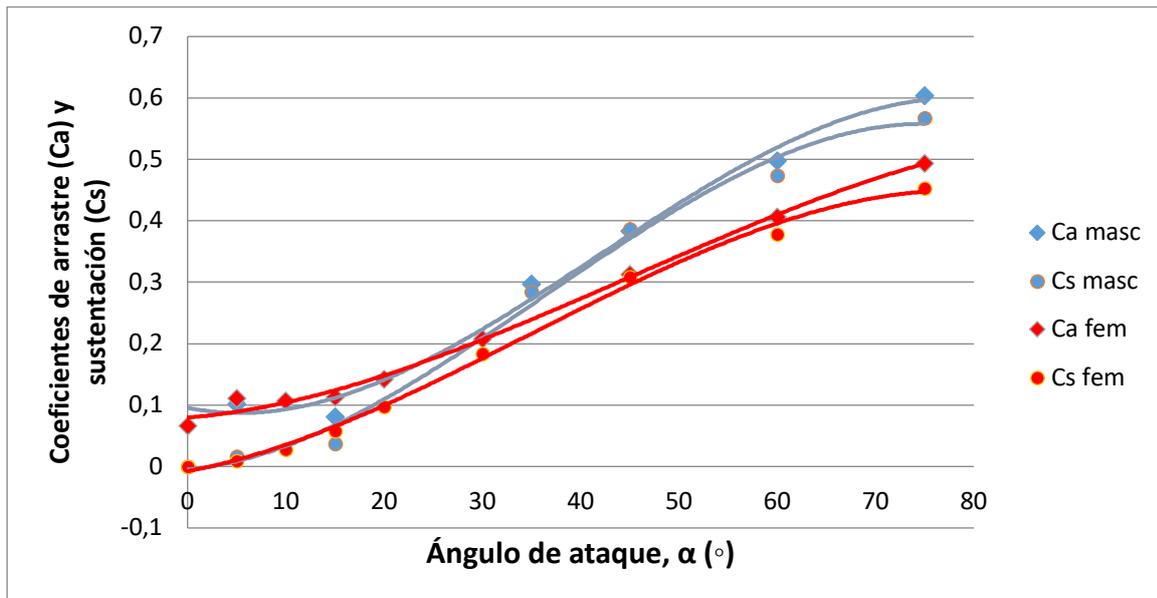


Fig. 11. Ajuste de las curvas obtenidas para  $Ca = f(\alpha)$  y  $Cs = f(\alpha)$ .

Los ajustes realizados alcanzaron un alto grado de determinación, caracterizados por coeficientes  $R^2 \geq 0,99$ .

Un análisis de la posición del centro de presiones, calculado a través de la solución de las ecuaciones 3, 4 y 5, así como del momento de las fuerzas aerodinámicas (*pitching moment*) con relación al eje z que pasa por el centro de gravedad de la jabalina en función del ángulo de ataque y de la velocidad relativa de la jabalina (modalidad masculina) respecto al aire se muestra en las figuras 12 y 13, apreciándose que, coincidentemente con lo planteado por otros autores (Best y Barlett, 1987; Best y Barlett, 1988; Clarkson, 2012; Hatton, 2007; Maheras, 2013), la distancia del centro de presiones al centro de gravedad de la jabalina es variable, dependiendo esta variación del ángulo de ataque y de la velocidad relativa entre el aire y la jabalina. Las mayores desviaciones del centro de presiones con relación al centro de gravedad de la jabalina se produjeron para los ángulos de ataque más pequeños entre los evaluados, en este caso  $\alpha = 8^\circ$ . No obstante, para este valor del ángulo de ataque, las fuerzas aerodinámicas que producen momentos son tan pequeñas (fuerzas normales entre 0.012 y 0.318 N) que no se alcanzan altos valores del momento de rotación, presentando un valor absoluto máximo de solo 0.1 N.m para velocidades relativas del orden de los 25 m/s.

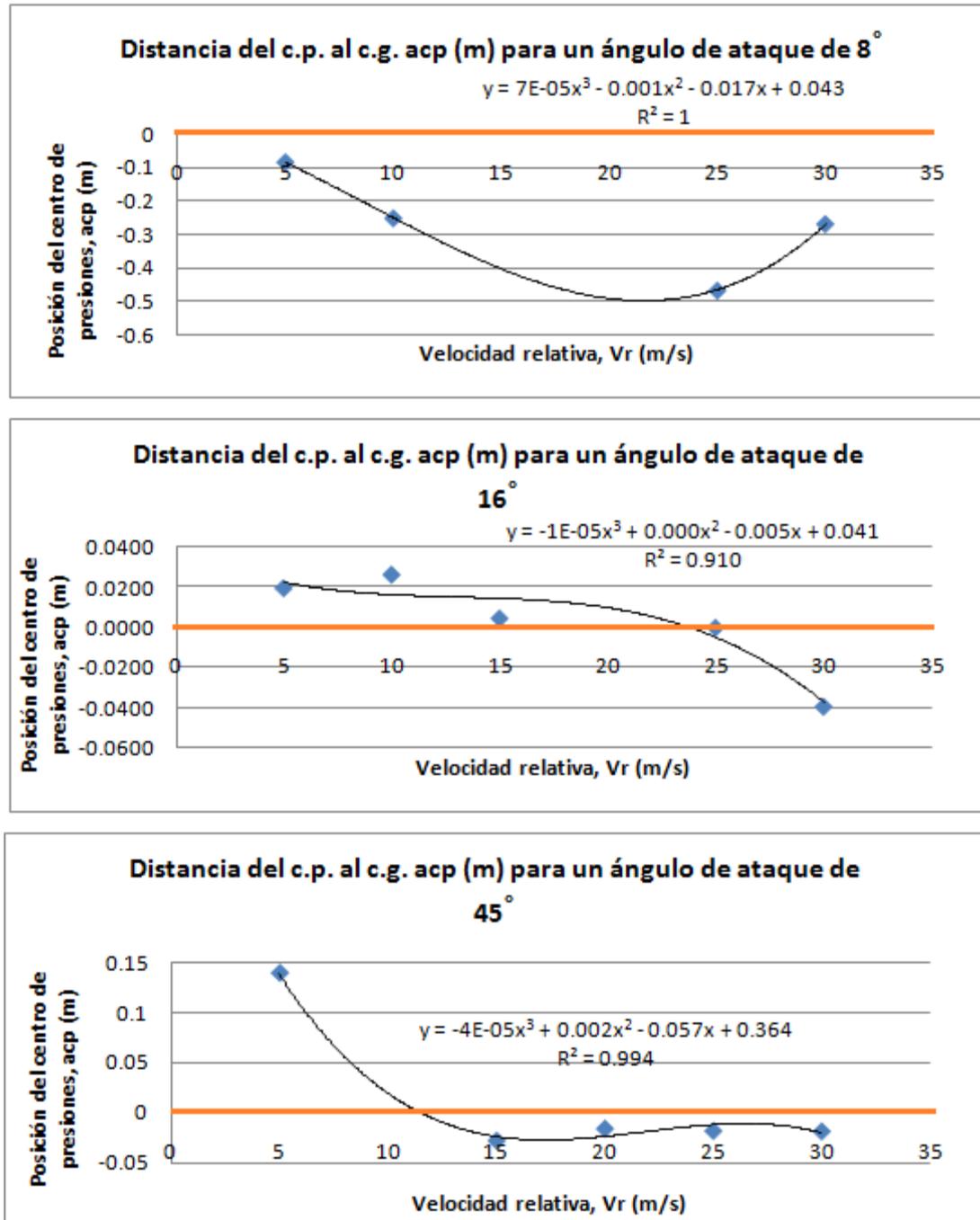


Fig. 12. Posición del centro de presiones en función de la velocidad relativa entre el aire y la jabalina (modalidad masculino) para diferentes ángulos de ataque.

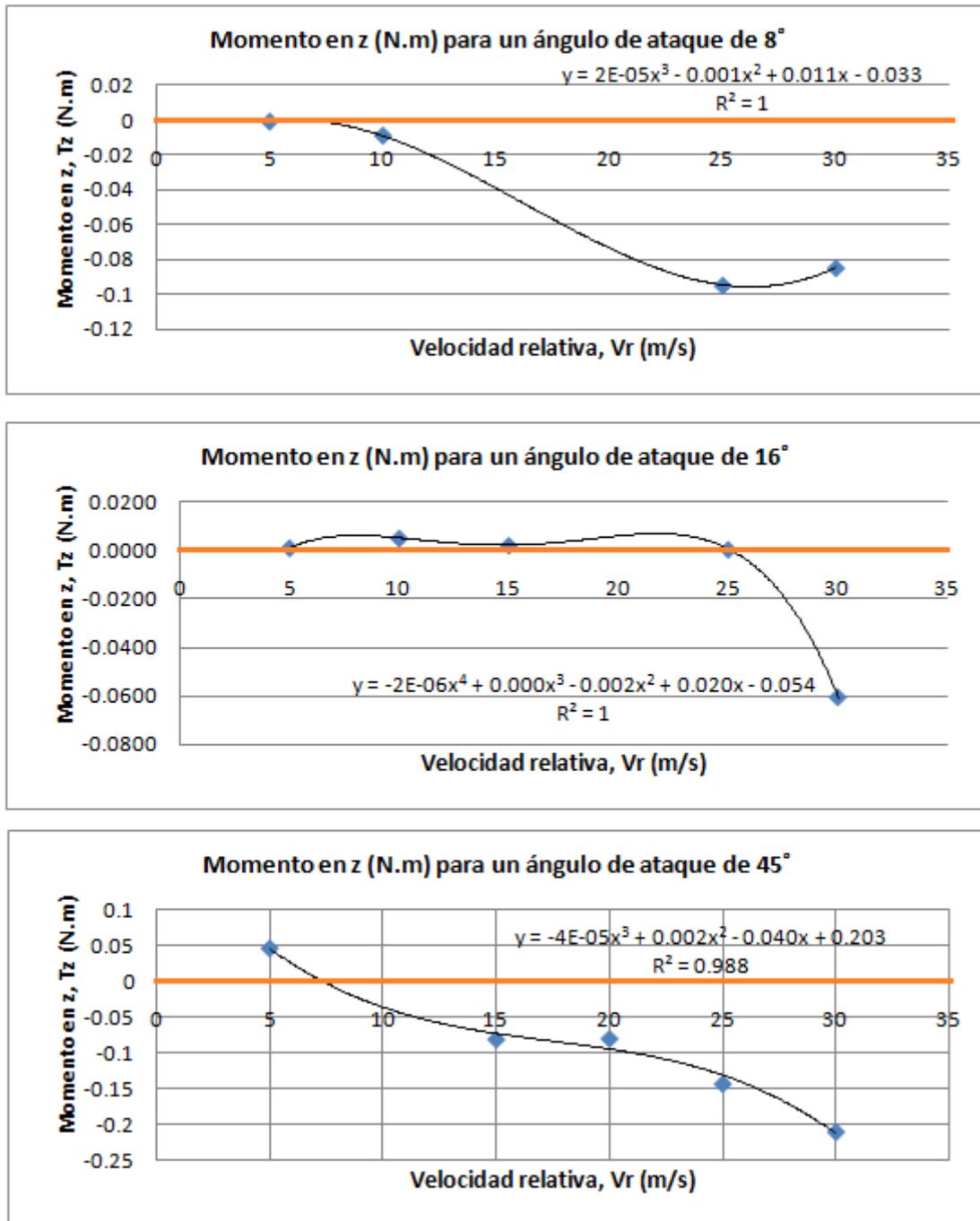


Fig. 13. magnitud y dirección del momento de rotación en función de la velocidad relativa entre el aire y la jabalina (modalidad masculino) para diferentes ángulos de ataque.

De la Fig. 12 aprecia asimismo que, para ángulos de ataque intermedios ( $\alpha=16^\circ$ ) y altos ( $\alpha=45^\circ$ ) el centro de presiones se mantiene muy cercano al centro de gravedad (línea roja en los gráficos de la Fig.12) y aunque los valores de las fuerzas normales son superiores (alcanzando hasta 11,8 N para  $\alpha = 45^\circ$  y  $Vr=30$  m/s), los momentos de rotación (Fig.13) son también pequeños, alcanzando un valor máximo absoluto de 0,2 N.m. Por lo general, los valores obtenidos para el momento de rotación, bajo diferentes ángulos de ataque, fueron similares a los obtenidos por Chiu (2009), quién obtuvo valores entre 0 y  $\pm 0,3$  N.m para diferentes tipos de jabalina evaluados.

Es de interés resaltar, que en todas las variantes analizadas, a partir de los 15 m/s de velocidad relativa, los momentos de rotación son negativos (contrarios al sentido positivo de Tz mostrado en la Fig. 4), lo que indica que ejercen una tendencia favorable en cuanto a hacer descender la punta de la jabalina y estabilizar su vuelo.

## Conclusiones

- El empleo de herramientas de Dinámica de Fluidos Computacional permitió obtener, con un alto grado de detalle, la distribución de presiones en la superficie de la jabalina en su interacción con el aire circundante.
- La fuerza de arrastre que ejerce el aire sobre la jabalina se incrementa tanto con el aumento de la velocidad relativa aire-jabalina, como con el ángulo de ataque, siendo máxima para un ángulo de ataque de  $90^\circ$  y mínima para un ángulo de  $0^\circ$ . La fuerza de sustentación también se incrementa con el aumento de la velocidad relativa, sin embargo, aumenta con el incremento del ángulo de ataque hasta  $45^\circ$ , alcanzando su valor máximo y disminuyendo a partir de este valor y siendo nula para los ángulos extremos ( $0^\circ$  y  $90^\circ$ ).
- La variación en función del ángulo de ataque de las fuerzas de arrastre y sustentación en la jabalina del sexo femenino presentan la misma tendencia que en la jabalina de modalidad masculina, aunque, como era de esperar, sus valores son inferiores, alcanzando aproximadamente  $2/3$  del valor de las fuerzas obtenidas en la jabalina de modalidad masculina.
- Para ángulos de ataque inferiores a  $20^\circ$  las fuerzas de arrastre y sustentación no sobrepasan los 2,5 N para ambos tipos de jabalina, alcanzándose los valores máximos de las fuerzas de sustentación ( $\approx 6\text{N}$  para la jabalina masculino y  $\approx 4\text{N}$  para la jabalina femenino) en el entorno de los  $45^\circ$  del ángulo de ataque, igualándose para este ángulo los valores modulares de las fuerzas de arrastre y sustentación.
- Sobre la base de ajustes polinomiales, se obtuvieron sendas expresiones para los coeficientes de arrastre y sustentación de la jabalina de ambos sexos en función del ángulo de ataque, evidenciándose el hecho de que éstos no dependen de la velocidad relativa entre el aire y la jabalina. Los ajustes realizados alcanzaron un alto grado de determinación, caracterizados por un coeficiente  $R^2 \geq 0,99$ .
- Un análisis realizado con relación al centro de presiones en la jabalina de la modalidad masculina, arrojó que la distancia de éste al centro de gravedad de la jabalina es variable, dependiendo esta variación del ángulo de ataque y de la velocidad relativa entre el aire y la jabalina, ocurriendo las mayores desviaciones del centro de presiones con relación al centro de gravedad de la jabalina para el valor más pequeño de los ángulos de ataque evaluados ( $8^\circ$ ). No obstante, para este valor del ángulo de ataque, las fuerzas aerodinámicas que producen momentos son tan pequeñas (fuerzas normales entre 0.012 y 0.318 N) que no se alcanzan altos valores del momento de rotación, presentando un valor absoluto máximo de solo 0.1 N.m para velocidades relativas del orden de los 25 m/s.
- Para ángulos de ataque intermedios ( $\alpha=16^\circ$ ) y altos ( $\alpha=45^\circ$ ) el centro de presiones se mantiene muy cercano al centro de gravedad y aunque los valores de las fuerzas normales son superiores (alcanzando hasta 11,8 N para  $\alpha = 45^\circ$  y  $V_r=30$  m/s), los momentos de rotación son también pequeños, alcanzando un valor máximo absoluto de 0,2 N. m;

- En todas las variantes analizadas, a partir de los 15 m/s de velocidad relativa, los momentos de rotación son negativos, lo que indica que ejercen una tendencia favorable en cuanto a hacer descender la punta de la jabalina y estabilizar su vuelo.
- Para futuros estudios se recomienda extender a la jabalina de modalidad femenina los estudios realizados en este trabajo sobre la posición del centro de presiones y la magnitud y dirección del momento de rotación.

## Referencias

- Bartlett, R. M. & Best, R.J (1988). "The biomechanics of javelin throwing": a review. *Journal of Sports Sciences*, 6(1), 1-38.  
<https://doi.org/10.1080/02640418808729791>
- Bartlett, R.; Müller, E.; Lindinger, S.; Brunner, F., & Morriss, C. (1996). "Three-dimensional evaluation of the kinematic release parameters for javelin throwers of different skill levels". *Journal of Applied Biomechanics*, (Champaign,-Ill.), 12(1), 58-71.  
<https://doi.org/10.1123/jab.12.1.58>
- Best, R. J.; Bartlett, R. M., & Sawyer, R. A. (1995). Optimal javelin release. *Journal of Applied Biomechanics*, 11(4), 371-394.  
<https://doi.org/10.1123/jab.11.4.371>
- Bitog, J. P.; Lee, I. B.; WANG, H. S.; Shin, M. H.; Hong, S. W.; Seo, I. H.; Mostafa, E., & Pang, Z. (2011). "A wind tunnel study on aerodynamic porosity and wind break drag". *Forest Science and Technology*, 7(1), 8-16.  
<https://doi.org/10.1080/21580103.2011.559939>
- Chiu, C. H. (2009). Discovering Optimal Release Conditions for the Javelin World Record Holders by Using Computer Simulation. *International Journal of Sport and Exercise Science*, 1(2), 41-50.
- Golf, J. E. (2013). A review of recent research into aerodynamics of sport projectiles. *Sports Engineering*, (16), 137-154.
- Grycmann, P.; Maszczyk; A.; Socha, T.; Gołaś; A.; Wilk; M.; Zając, T., & Przednowek, K. (2015). Modelling analysis and prediction of women javelin throw results in the years 1946 – 2013. *Biology of Sport*. 32(4), 345-350.  
<https://doi.org/10.5604/20831862.1189201>
- Hatton, L. (2007). Optimising the javelin throw in the presence of prevailing winds. Faculty of Computing, Information Systems and Mathematics, *University of Kingston*. January 28.  
[https://www.leshatton.org/Documents/jav2007a\\_paper.pdf](https://www.leshatton.org/Documents/jav2007a_paper.pdf) (Consultado el 11/10/2016).
- Hubbard, M., & Alaways, L. W. (1989). Rapid and accurate estimation of release conditions in the javelin throw. *Journal of Biomechanics*, 22(6-7), 583-595.  
[https://doi.org/10.1016/0021-9290\(89\)90010-9](https://doi.org/10.1016/0021-9290(89)90010-9)
- Jiang, M., & Zhou, Jihe. (2014). Optimization Calculation of Javelin Throwing Results. *Applied Mechanics & Materials*, (716-717), 764-766.  
<https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.716-717.764>
- Maheras, A. V. (2013). Basic Javelin Aerodynamics and flight characteristics. *Techniques for Track & Field and Cross Country*, 1(7), 31-41.
- Mahmud, E. (2007) The Mechanical Factors Effect of Javelin Release on the Javelin Flying Path and the Distance Approached. *Education of psychological sciences*, 1(8), 203-220.

González-Martínez, A.; Martínez-Rodríguez, A., y Laffita-Leiva, A. (2019). Determinación de propiedades aerodinámicas de la jabalina mediante dinámica de fluidos computacional. *RICYDE. Revista internacional de ciencias del deporte*. 56(15), 137-153. <https://doi.org/10.5232/ricyde2019.05602>

---

Maryniak, J.; Edyta Ładyżyńska-Kozdraś, & Edyta Golińska. (2009). Mathematical Modeling and Numerical Simulations of Javelin Throw. *Human Movement*, 10(1), 16-20.

<https://doi.org/10.2478/v10038-009-0003-5>

Mc Lester, J., & St. Pierre, P. (2008). *Applied Biomechanics. Concepts and Connections*. Thomson Wadsworth. ISBN 10-0-495-10586-4.

Menzel, H. J. (1986). Biomechanics of javelin throwing. *New Studies in Athletics*, 1(3), 85-98.

Mero, A.; Komi, P. V.; Korjus, T.; Navarro, E., & Gregor, R. (1994) "Body segment contributions to javelin throwing during final thrust phases". *Journal of Applied-Biomechanics*, 10(2), 166-177.

<https://doi.org/10.1123/jab.10.2.166>

Whiting, W.; Gregor, R., & Halushka, M. (1991). "Body segment and release parameter contributions to new-rules javelin throwing". *International Journal of Sport Biomechanics*, 2(7), 111-124.

<https://doi.org/10.1123/ijsb.7.2.111>